
Φιλοσοφία των Μαθηματικών

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το Κέντρο Επιμόρφωσης και Δια Βίου Μάθησης (Κ.Ε.ΔΙ.ΒΙ.Μ.) του **Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (Ε.Κ.Π.Α.)** σας καλωσορίζει στο Πρόγραμμα Συμπληρωματικής εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης και συγκεκριμένα στο πρόγραμμα επαγγελματικής επιμόρφωσης και κατάρτισης με τίτλο **«Φιλοσοφία των Μαθηματικών»**.

Η ανάγκη συνεχούς επιμόρφωσης και πιστοποίησης επαγγελματικών δεξιοτήτων οδήγησε το **Πρόγραμμα Συμπληρωματικής εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης (E-Learning)** του Ε.Κ.Π.Α. στο σχεδιασμό των πρωτοποριακών αυτών Προγραμμάτων Επαγγελματικής Επιμόρφωσης και Κατάρτισης, με γνώμονα τη **διασύνδεση της θεωρητικής με την πρακτική γνώση**, αναπτύσσοντας κυρίως, την εφαρμοσμένη διάσταση των επιστημών στα αντίστοιχα επαγγελματικά πεδία.

Στη συνέχεια, σας παρουσιάζουμε αναλυτικά το πρόγραμμα σπουδών για το πρόγραμμα επαγγελματικής επιμόρφωσης και κατάρτισης: **«Φιλοσοφία των Μαθηματικών»**, τις προϋποθέσεις συμμετοχής σας σε αυτό, καθώς και όλες τις λεπτομέρειες που πιστεύουμε ότι είναι χρήσιμες, για να έχετε μια ολοκληρωμένη εικόνα του προγράμματος.

2. ΣΚΟΠΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Η φιλοσοφία των μαθηματικών είναι κλάδος σχετικά νέος της φιλοσοφίας, έχει ρίζες πού φθάνουν πολύ πίσω. Ως στοχασμός πάνω στα μαθηματικά δεν έχει την πρόθεση να τα υποκαταστήσει ή να τα συμπληρώσει, με την έννοια της παράγωγης νέων μαθηματικών αποτελεσμάτων. Στοχεύει, μάλλον, στην αποτίμηση και διερεύνηση των πρώτων άρχων τους και ελπίζει πως μπορεί να ασκήσει ευεργετική επίδραση στη διαμόρφωση της περιρρέουσας πνευματικής ατμόσφαιρας με την εισαγωγή νέων ιδεών, την εξέταση άλλων, πού ήδη προϋπάρχουν και τη διακριτική, άλλα πολλές φορές σημαίνουσα, συνεισφορά της στη διαμόρφωση των συνθηκών εμφάνισης νέων ερευνητικών προγραμμάτων.

Στο πρώτο μάθημα παρουσιάζονται οι απόψεις γνωστών φιλοσόφων μέχρι και τον Kant, γύρω από τα μαθηματικά, τη φύση των μαθηματικών αντικειμένων και αληθειών και σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως αυτές των Αριστοτέλη και Leibniz, δίνεται μία ερμηνευτική άποψη σχετικά με την προσφορά τους στην ακόμη ανοικτή συζήτηση γύρω από το οντολογικό status του συνεχούς. Στο δεύτερο μάθημα μία εκτενής συζήτηση των παραδόξων πού εμφανίστηκαν στις αρχές του αιώνα μας, ιδιαίτερα των συνολοθεωρητικών, απαιτεί μία σύντομη εισαγωγή στη μαθηματική λογική και στην κατά Zermelo-Fraenkel θεωρία των συνόλων. Έτσι η ενότητα αυτή απαρτίζεται από ένα μέρος καθαρά τεχνικό και ένα καθαρά φιλοσοφικό. Το τρίτο

μάθημα ασχολείται με την κριτική παρουσίαση των τριών βασικών σχολών φιλοσοφίας των μαθηματικών στον 20ό αιώνα (Λογικισμός, Φορμαλισμός, Ιντουισιονισμός).

Προαπαιτούμενο για την άνετη μελέτη του προγράμματος είναι η εξοικείωση του αναγνώστη με κάποιες στοιχειώδεις μαθηματικές έννοιες, όπως π.χ. της συνάρτησης, του συνόλου κτλ. Γνώσεις προχωρημένων μαθηματικών από την άλλη μεριά θα ήταν χρήσιμες, χωρίς να είναι απαραίτητες.

3. ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΠΟΥ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΔΕΚΤΟΙ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ - ΤΡΟΠΟΣ ΕΝΤΑΞΗΣ

Αίτηση συμμετοχής μπορούν να υποβάλλουν:

- ▶ απόφοιτοι Πανεπιστημίου/ΤΕΙ της ημεδαπής και της αλλοδαπής
- ▶ απόφοιτοι δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης με συναφή στο αντικείμενο εργασιακή εμπειρία

Η αίτηση συμμετοχής υποβάλλεται ηλεκτρονικά, μέσω της ιστοσελίδας:

<https://elearningekpa.gr/>

4. ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ

Τα προαπαιτούμενα για την παρακολούθηση του Προγράμματος από τους εκπαιδευόμενους είναι:

- ▶ Πρόσβαση στο Διαδίκτυο
- ▶ Κατοχή προσωπικού e-mail
- ▶ Βασικές γνώσεις χειρισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών

5. ΤΡΟΠΟΣ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Η διδασκαλία στα προγράμματα εξ αποστάσεως επαγγελματικής επιμόρφωσης και κατάρτισης του Κέντρου Επιμόρφωσης και Δια Βίου Μάθησης του ΕΚΠΑ διεξάγεται μέσω του διαδικτύου, προσφέροντας στον εκπαιδευόμενο «αυτονομία», δηλαδή δυνατότητα μελέτης ανεξαρτήτως περιοριστικών παραγόντων, όπως η υποχρέωση της φυσικής του παρουσίας σε συγκεκριμένο χώρο και χρόνο.

Το εκπαιδευτικό υλικό του προγράμματος διατίθεται σταδιακά, ανά διδακτική ενότητα, μέσω ειδικά διαμορφωμένων ηλεκτρονικών τάξεων. Κατά την εξέλιξη κάθε θεματικής ενότητας

αναρτώνται σε σχετικό link οι απαραίτητες για την ομαλή διεξαγωγή της εκπαιδευτικής διαδικασίας ανακοινώσεις.

Ο εκπαιδευόμενος, αφού ολοκληρώσει τη μελέτη της εκάστοτε διδακτικής ενότητας, καλείται να υποβάλει ηλεκτρονικά, το αντίστοιχο τεστ αξιολόγησης. Τα τεστ μπορεί να περιλαμβάνουν ερωτήσεις αντιστοίχισης ορθών απαντήσεων, πολλαπλής επιλογής, αληθούς/ψευδούς δήλωσης, ή upload, όπου ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να διατυπώσει και να επισυνάψει την απάντησή του. Η θεματική ενότητα μπορεί να συνοδεύεται από τελική εργασία, η οποία διατίθεται κατά την ολοκλήρωση της θεματικής ενότητας (εφόσον το απαιτεί η φύση της θεματικής ενότητας) και αφορά το σύνολο της διδακτέας ύλης.

Παράλληλα, παρέχεται **πλήρης εκπαιδευτική υποστήριξη** δεδομένου ότι ο εκπαιδευόμενος μπορεί να απευθύνεται ηλεκτρονικά (για το διάστημα που διαρκεί το εκάστοτε μάθημα) στον ορισμένο εκπαιδευτή του, μέσω ενσωματωμένου στην πλατφόρμα ηλεκτρονικού συστήματος επικοινωνίας, για την άμεση επίλυση αποριών σχετιζόμενων με τις θεματικές ενότητες και τις ασκήσεις αξιολόγησης ή την τελική εργασία.

6. ΤΡΟΠΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

Σε κάθε διδακτική ενότητα ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να επιλύει και να υποβάλλει ηλεκτρονικά το αντίστοιχο τεστ, τηρώντας το χρονοδιάγραμμα που έχει δοθεί από τον εκπαιδευτή του. Η κλίμακα βαθμολογίας κυμαίνεται από 0 έως 100%. Συνολικά, η βαθμολογία κάθε θεματικής ενότητας προκύπτει κατά το 60% από τις ασκήσεις αξιολόγησης και κατά το υπόλοιπο 40% από την τελική εργασία, η οποία εκπονείται στο τέλος του συγκεκριμένου μαθήματος και εφόσον το απαιτεί η φύση αυτού.

Η χορήγηση του **Πιστοποιητικού Επιμόρφωσης** πραγματοποιείται, όταν ο εκπαιδευόμενος λάβει σε όλα τα μαθήματα βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 50%. Σε περίπτωση που η συνολική βαθμολογία ενός ή περισσότερων μαθημάτων δεν ξεπερνά το 50%, ο εκπαιδευόμενος έχει τη δυνατότητα επανεξέτασης των μαθημάτων αυτών μετά την ολοκλήρωση της εκπαιδευτικής διαδικασίας του προγράμματος. Η βαθμολογία που θα συγκεντρώσει κατά τη διαδικασία επανεξέτασής του είναι και η οριστική για τα εν λόγω μαθήματα, με την προϋπόθεση ότι ξεπερνά εκείνη που συγκέντρωσε κατά την κανονική διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Σε διαφορετική περίπτωση διατηρείται η αρχική βαθμολογία.

7. ΛΟΙΠΕΣ ΥΠΟΧΡΕΩΣΕΙΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΟΜΕΝΩΝ - ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΧΟΡΗΓΗΣΗΣ ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΤΙΚΟΥ

Πέρα από την **επιτυχή ολοκλήρωση** του προγράμματος για τη χορήγηση του Πιστοποιητικού απαιτούνται τα εξής:

► **Συμμετοχή του εκπαιδευόμενου στη διαδικασία Δειγματοληπτικού Ελέγχου Ταυτοποίησης**

Η διαδικασία Δειγματοληπτικού Ελέγχου Ταυτοποίησης Εκπαιδευόμενου στοχεύει στη διασφάλιση της ποιότητας των παρεχομένων εκπαιδευτικών υπηρεσιών. Συγκεκριμένα, εξουσιοδοτημένο στέλεχος του Κέντρου Επιμόρφωσης και Δια Βίου Μάθησης του ΕΚΠΑ, επικοινωνεί τηλεφωνικώς με ένα τυχαίο δείγμα εκπαιδευόμενων, προκειμένου να διαπιστωθεί εάν συμμετείχαν στις εκπαιδευτικές διαδικασίες του προγράμματος, εάν αντιμετώπισαν προβλήματα σε σχέση με το εκπαιδευτικό υλικό, την επικοινωνία με τον ορισμένο εκπαιδευτή τους, καθώς και με τη γενικότερη μαθησιακή διαδικασία. Η τηλεφωνική επικοινωνία διεξάγεται με την ολοκλήρωση του εκάστοτε προγράμματος, ενώ η μέση χρονική διάρκειά της συγκεκριμένης διαδικασίας είναι περίπου 2-3 λεπτά.

Σε περίπτωση μη συμμετοχής του εκπαιδευόμενου στη διαδικασία Δειγματοληπτικού Ελέγχου Ταυτοποίησης, εφόσον κληθεί, ή μη ταυτοποίησής του κατά τη διεξαγωγή της, δεν χορηγείται το πιστοποιητικό σπουδών, ακόμα και αν έχει ολοκληρώσει επιτυχώς την εξ αποστάσεως εκπαιδευτική διαδικασία.

► **Συμμετοχή του εκπαιδευόμενου στη διαδικασία Δειγματοληπτικού Ελέγχου Εγγράφων**

Ο δειγματοληπτικός έλεγχος εγγράφων διασφαλίζει την εγκυρότητα των στοιχείων που έχει δηλώσει ο εκπαιδευόμενος στην αίτηση συμμετοχής του στο Πρόγραμμα και βάσει των οποίων έχει αξιολογηθεί και εγκριθεί η αίτηση συμμετοχής του σε αυτό.

Κατά τη διάρκεια ή μετά το πέρας του προγράμματος, πραγματοποιείται δειγματοληπτικός έλεγχος εγγράφων από τη Γραμματεία. Ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να είναι σε θέση να προσκομίσει τα απαραίτητα δικαιολογητικά τα οποία πιστοποιούν τα στοιχεία που έχει δηλώσει στην αίτηση συμμετοχής (Αντίγραφο Πτυχίου, Αντίγραφο Απολυτήριου Λυκείου, Βεβαίωση Εργασιακής Εμπειρίας, Γνώση Ξένων Γλωσσών κ.τ.λ.).

Σε περίπτωση μη συμμετοχής του εκπαιδευόμενου στη διαδικασία Δειγματοληπτικού Ελέγχου Εγγράφων, εφόσον κληθεί, ή μη ύπαρξης των δικαιολογητικών αυτών, δεν χορηγείται το πιστοποιητικό σπουδών, ακόμα και αν έχει ολοκληρώσει επιτυχώς την εξ αποστάσεως εκπαιδευτική διαδικασία.

► **Αποπληρωμή του συνόλου των διδάκτρων**

Ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να μην έχει οικονομικής φύσεως εκκρεμότητες. Σε περίπτωση που υπάρχουν τέτοιες, το πιστοποιητικό σπουδών διατηρείται στο αρχείο της Γραμματείας, μέχρι την ενημέρωση της για τη διευθέτηση της εκκρεμότητας.

Αναλυτική περιγραφή των παραπάνω υπάρχει στον Κανονισμό Σπουδών:

<https://elearningekpa.gr/regulation>

8. ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Οι συγγραφείς του εκπαιδευτικού υλικού είναι μέλη ΔΕΠ του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών ή και ειδικοί εμπειρογνώμονες με ιδιαίτερη συγγραφική καταξίωση, οι οποίοι κατέχουν πολύ βασικό ρόλο στην υλοποίηση του προγράμματος.

9. ΠΩΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΕΤΑΙ Η ΥΛΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Το πρόγραμμα επαγγελματικής επιμόρφωσης και κατάρτισης περιλαμβάνει **3 θεματικές ενότητες (μαθήματα)**.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΧΡΙ ΚΑΙ ΤΟΝ ΚΑΝΤ

Διδακτική Ενότητα 1: Πυθαγόρειοι: Φιλοσοφία και Μαθηματικά

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν οι φιλοσοφικές απόψεις των Πυθαγορείων που σχετίζονται με τα μαθηματικά, πώς αυτές επηρέαζαν τη ζωή τους. Επιπλέον, σκοπός είναι να παρουσιαστεί η εικόνα που είχαν οι Πυθαγόρειοι για τη δημιουργία και τη δομή του κόσμου και τέλος να παρουσιαστούν οι πιθανοί τρόποι και ο βαθύτερος λόγος της διάλυσης της σχολής των Πυθαγορείων.

Διδακτική Ενότητα 2: Πλάτων: Φιλοσοφία και μαθηματικά

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα κύρια στοιχεία της Πλατωνικής φιλοσοφίας που σχετίζονται με τα μαθηματικά. Να αναλυθούν τα πλεονεκτήματα της Πλατωνικής θεώρησης αλλά και οι περιορισμοί που αυτή έχει.

Διδακτική Ενότητα 3: Η επιρροή του Πλάτωνα και τα πλατωνικά στερεά

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα κύρια στοιχεία της Πλατωνικής φιλοσοφίας που σχετίζονται με την επίδραση του πλατωνισμού στους μαθηματικούς και στη φιλοσοφία των μαθηματικών. Τέλος σκοπός επίσης είναι να παρουσιαστεί η Πλατωνική θεωρία της κατασκευής του σύμπαντος από τα πλατωνικά στερεά.

Διδακτική Ενότητα 4: Οι αριστοτελικές απόψεις και η έννοια του απείρου στον Αριστοτέλη

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα κύρια στοιχεία των απόψεων του Αριστοτέλη. Να γίνει σαφής η αντίθεση της Αριστοτελικής θεώρησης στην Πλατωνική θεώρηση. Τέλος, σκοπός επίσης είναι να παρουσιαστεί η έννοια του απείρου κατά τον Αριστοτέλη.

Διδακτική Ενότητα 5: Αριστοτέλης: η έννοια του συνεχούς και η αντιμετώπιση των ελεατικών παραδόξων

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστεί η έννοια του συνεχούς κατά τον Αριστοτέλη, πώς αυτή συνδέεται με την αριστοτελική έννοια του απείρου και πώς χρησιμοποιείται στην αντιμετώπιση των ελεατικών παραδόξων.

Διδακτική Ενότητα 6: Ντεκάρτ και Λοκ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να έρθει σε επαφή ο εκπαιδευόμενος με τις βασικές έννοιες της φιλοσοφίας και του Καρτέσιου και του Locke και να δει από ποιες φιλοσοφικές θεωρίες επηρεάστηκαν και πως επηρέασαν.

Διδακτική Ενότητα 7: Λάιμπνιτς

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν οι βασικές αρχές της φιλοσοφίας του Leibniz και να παρουσιαστούν οι έννοιες των μονάδων, του συνεχούς, του απείρου και γενικότερα η φιλοσοφία των μαθηματικών.

Διδακτική Ενότητα 7: Μπέρκλεϋ και Χιούμ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν και να εξεταστούν οι φαινομεναλιστικές και εμπειριστικές συνιστώσες του συστήματος του Berkeley και τις επιπτώσεις τους για τη φύση των μαθηματικών αντικειμένων και αληθειών. Επίσης, σκοπός είναι να παρουσιαστεί ο σκεπτικισμός

του Hume απέναντι στο πρόβλημα της ανθρώπινης γνώσης, της έννοιας της επαληθευσιμότητας και ιδιαίτερα τις απόψεις του για τη μαθηματική γνώση.

Διδακτική Ενότητα 8: Καντ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστεί πώς ο Καντ κατάφερε να συμβιβάσει μεταφυσικά θεμελιωμένα φιλοσοφικά συστήματα με τα εμπειριστικά, να παρουσιαστούν οι έννοιες των *a priori* και *a posteriori* αναλυτικών και συνθετικών προτάσεων καθώς και τη θέση των μαθηματικών στο καντιανό φιλοσοφικό σύστημα.

ΜΑΘΗΜΑ: ΤΑ ΠΑΡΑΔΟΞΑ

Διδακτική Ενότητα 1: Προτασιακός λογισμός

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα βασικά στοιχεία του προτασιακού λογισμού και η σχέση του με τις φυσικές γλώσσες.

Διδακτική Ενότητα 2: Κατηγορηματικός Λογισμός

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα βασικά στοιχεία του κατηγορηματικού λογισμού η σχέση του με τις φυσικές γλώσσες καθώς και τα πλεονεκτήματα του έναντι του προτασιακού λογισμού.

Διδακτική Ενότητα 3: Στοιχεία από την αξιωματική θεωρία συνόλων

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα βασικά στοιχεία της Zermelo Fraenkel Θεωρίας συνόλων και των εννοιών των διατακτικών και των πληθικών αριθμών.

Διδακτική Ενότητα 4: Τα παράδοξα και η αντιμετώπισή τους

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα παράδοξα, η κατηγοριοποίησή τους και η αντιμετώπισή τους.

ΜΑΘΗΜΑ: Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟΝ 20ο ΑΙΩΝΑ

Διδακτική Ενότητα 1: Λογικισμός: Φρέγκε

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν η θεωρία νοήματος του Frege και η προσπάθεια κάθαρσης των θεμελίων των μαθηματικών.

Διδακτική Ενότητα 2: Λογικισμός: Ράσσελ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν οι απόψεις του Russel για τα μαθηματικά και η προσπάθειά του τυποποίησης και θεμελίωσης των μαθηματικών.

Διδακτική Ενότητα 3: Φορμαλισμός: Χίλμπερτ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν ο φορμαλισμός του Hilbert με το περατοκρατικό πρόγραμμά του, οι λόγοι για τους οποίους το πρότεινε και οι λόγοι για τους οποίους ήταν καταδικασμένο.

Διδακτική Ενότητα 4: Φορμαλισμός Κάρρυ

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν ο φορμαλισμός του Curry και ιδιαίτερα η άποψή του πως τα μαθηματικά είναι η επιστήμη των τυπικών συστημάτων και η θεωρία της αλήθειας που πρότεινε για ένα τέτοιο σύστημα.

Διδακτική Ενότητα 5: Ιντουισιονισμός: Βασικά στοιχεία

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν τα βασικά στοιχεία της θεωρίας του Ιντουισιονισμού και ιδιαίτερα οι αντιρρήσεις του στα κλασικά μαθηματικά και να παρουσιαστούν οι έννοιες της ενόρασης και της κατασκευασιμότητας.

Διδακτική Ενότητα 6: Ιντουισιονισμός: Επαγωγή, αξίωμα επιλογής, ταυτολογίες και Φυσικοί και πραγματικοί αριθμοί

Σκοπός της διδακτικής ενότητας είναι να παρουσιαστούν οι βασικές θέσεις των Ιντουισιονιστών για την επαγωγή, το αξίωμα της επιλογής, τους φυσικούς και τους πραγματικούς αριθμούς.